

Elaborato

Fondamenti di Automatica

Prof. Luigi CHISCI

Fondamenti di Automatica-C.L. Ing. dell'Informazione - A.A. 2007/2008 Elaborato 2 - Maurizio Proietti

Si consideri un processo descritto dalla seguente funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{0,2}{s^2 - 1}$$

1. Si progetti un controllore in modo da soddisfare le seguenti specifiche:
 - l'errore di inseguimento a regime corrispondente ad una rampa unitaria sia non superiore a 0.05;
 - il tempo di salita sia non superiore a 1 s;
 - la massima sovraelongazione non sia superiore al 20%.
2. Verificare la correttezza del progetto eseguito e riportare i grafici relativi.
3. Verificare, tramite simulazione, il funzionamento del sistema di controllo progettato in presenza di una saturazione dell'ingresso fra i valori $u_{\min} = -20$ e $u_{\max} = 20$ apportando eventuali correzioni al progetto.

Si consideri il sistema di controllo in illustrazione 1

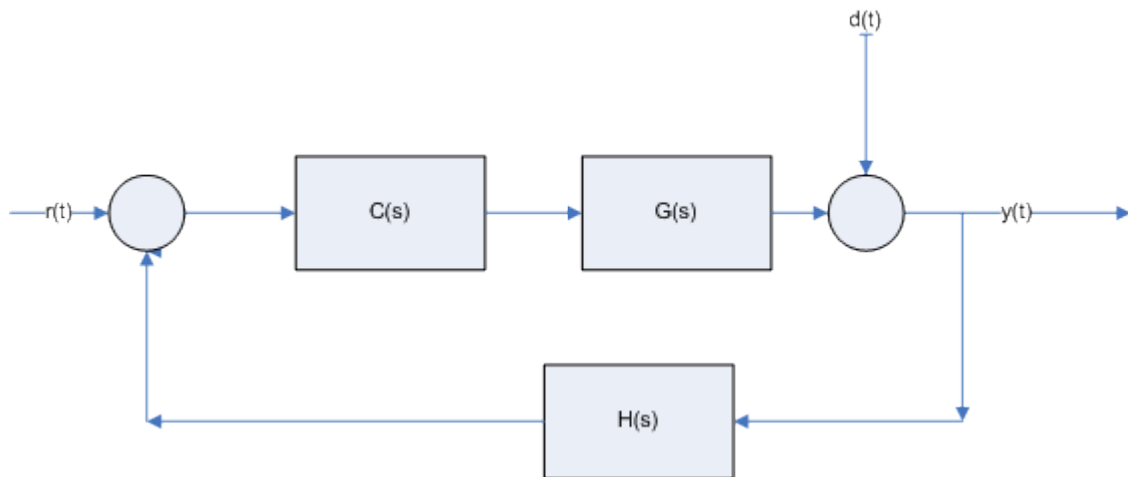


Illustrazione 1: Schema a blocchi del sistema da progettare

Dove $G(s)$ e la funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{0.2}{s^2 - 1}$$

e si considera il sensore $H(s)$ perfetto, cioè con valore 1 e rumore 0

$$H(s) = 1$$

I poli della F.d.T. sono [-1 1]

Quindi il sistema in anello aperto è instabile a causa di un polo con parte reale positiva.

Occorre quindi realizzare la sintesi con il luogo delle radici e i diagrammi di nyquist.

Iniziamo la sintesi partendo col considerare le specifiche statiche. L'errore nullo a regime per segnali a gradino dovrà essere garantito dalla presenza di un polo nell'origine nella nostra funzione di trasferimento ad anello aperto $L(s) = C(s)G(s)$.

Quindi consideriamo

$$c = 1$$

Per quanto riguarda l'errore di inseguimento a regime, corrispondente ad una rampa unitaria, le specifiche richiedono un errore $e_1 \leq 0.02$.

Per soddisfare questa specifica partiamo dal teorema del valore finale:

$$e_1 = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot Y(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{1 + G(s)C(s)} \cdot \frac{1}{s^2} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \frac{-0.2}{(1-s)(1+s)} \cdot \frac{K_c}{s^c}} \cdot \frac{1}{s} \leq 0.05$$

Essendo $c = 1$ otteniamo:

$$\frac{1}{-0.2 \cdot K_c} \leq 0.05 \rightarrow K_c \leq -100$$

Noi andremo a considerare il valore di $K_c = -100$.

Quindi dopo la sintesi per le specifiche statiche abbiamo:

$$C(s) = \frac{-100}{s} \cdot C'(s)$$

$$L(s) = L_0(s) \cdot C'(s) = G(s) \cdot \frac{K_c}{s} \cdot C'(s) = \frac{-0.2}{(1+s)(1-s)} \cdot \frac{-100}{s} \cdot C'(s)$$

Per determinare la parte $C'(s)$ del controllore dobbiamo effettuare la sintesi per le specifiche dinamiche.

Occorre però osservare che la presenza di un polo instabile complica un po' lo studio.

Procedo studiando il luogo delle radici di $G(s) = \frac{0.2}{(s+1)(s-1)}$ e di

$$L_0(s) = \frac{0.2}{(s+1)(s-1)} \cdot \frac{-100}{s} = \frac{-20}{s(s+1)(s-1)}$$

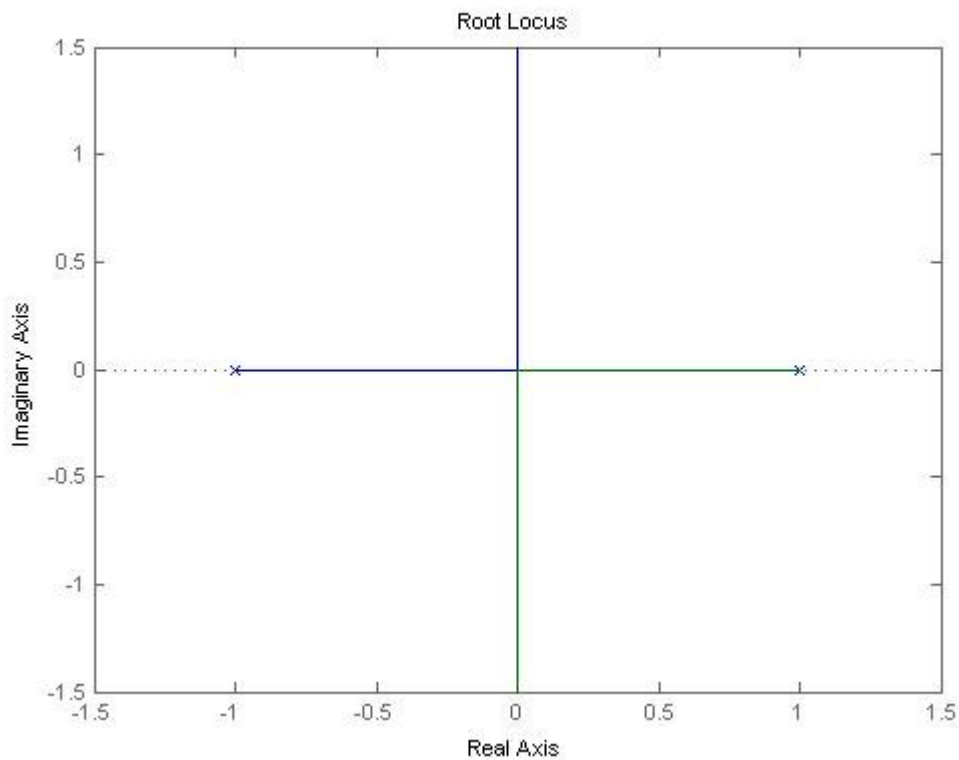


Illustrazione 2: Luogo delle radici positivo di $G(s)$

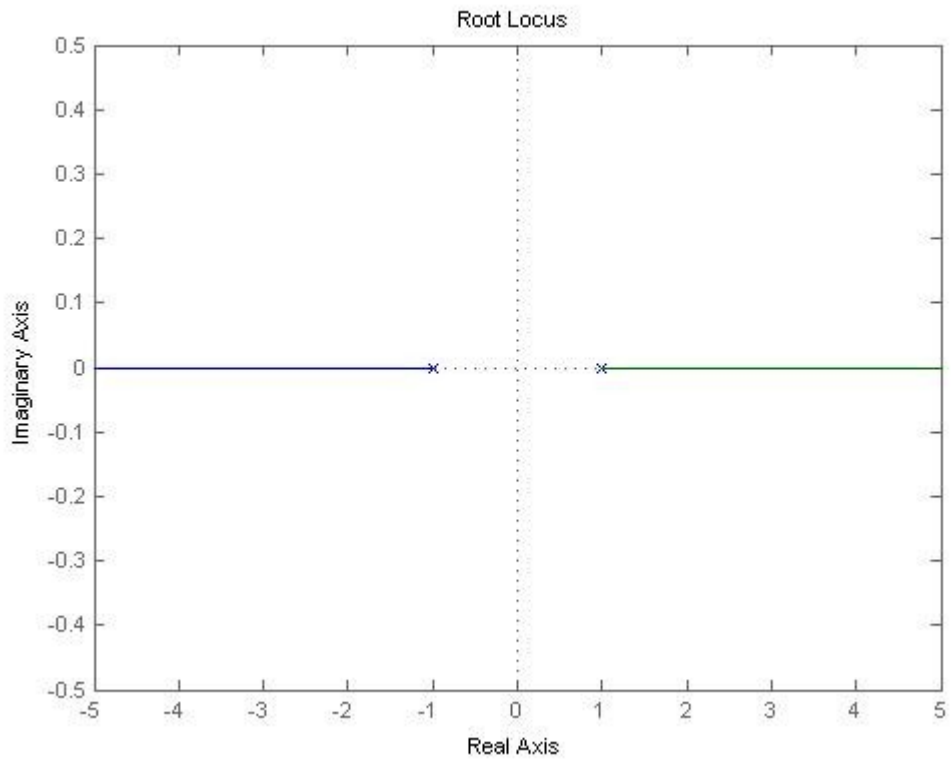


Illustrazione 3: Luogo delle radici negativo di $G(s)$

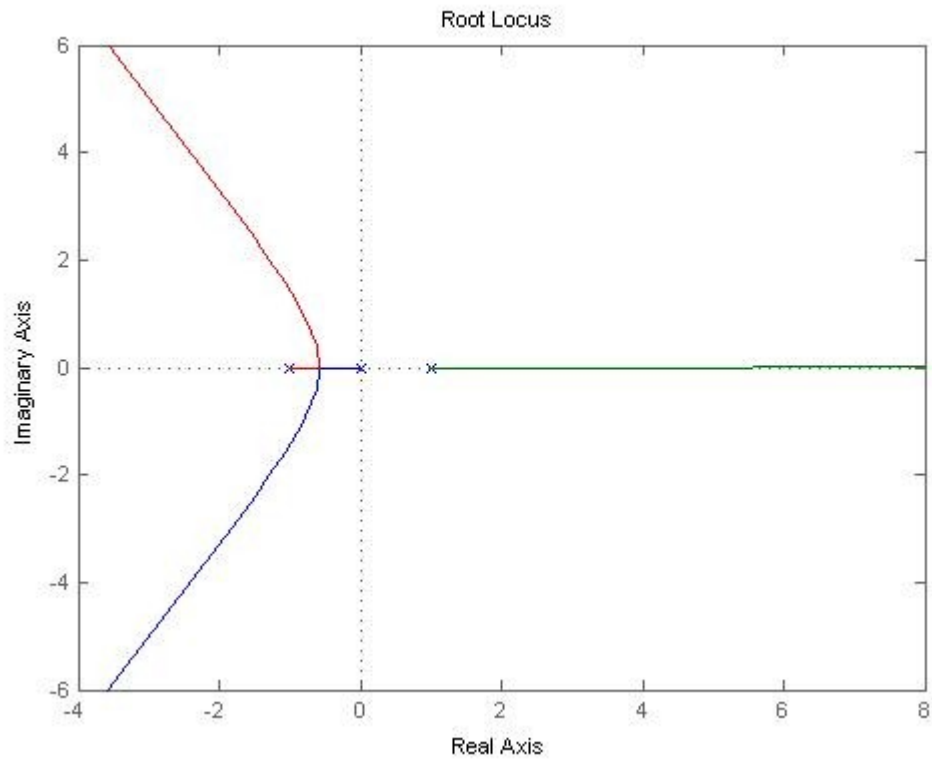


Illustrazione 4: Luogo delle radici positivo di $L_0(s)$

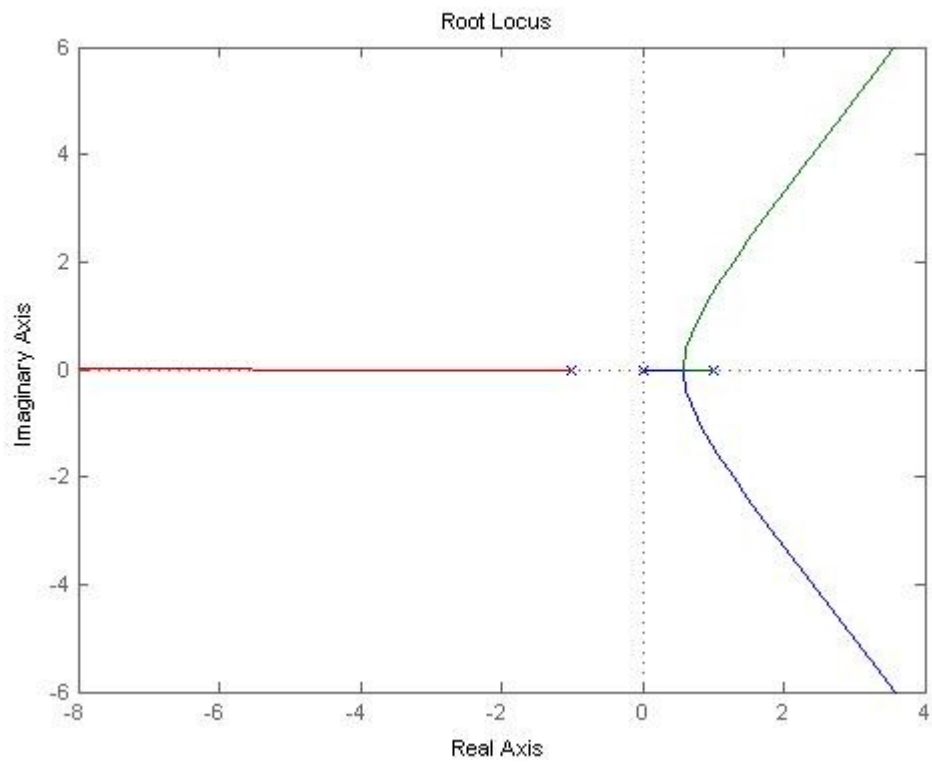


Illustrazione 5: Luogo delle radici negativo di $L_0(s)$

Come si può notare la $L_0(s)$ ha un eccesso di poli-zero pari a 3.

Occorre quindi, per ricondurci ad un caso noto, introdurre $n-m-2$ zeri a parte reale negativa in modo da avere poi $n-m=2$.

Aggiungo quindi uno zero con parte reale negativa: $L_1(s) = (s+2)L_0(s) = \frac{-20(s+2)}{s(s+1)(s-1)}$

Adesso il centro degli asintoti è in $s_0 = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} p_i - \sum_{i=1}^{i=m} z_i}{n-m} = \frac{0-1+1-(-2)}{2} = 1$

Adesso che ci siamo ricondotti ad un caso conosciuto ($n-m=2$) possiamo procedere alla stabilizzazione.

Si considera una funzione stabilizzatrice della forma: $C'(s) = K_c' \frac{s+z}{s+p}$

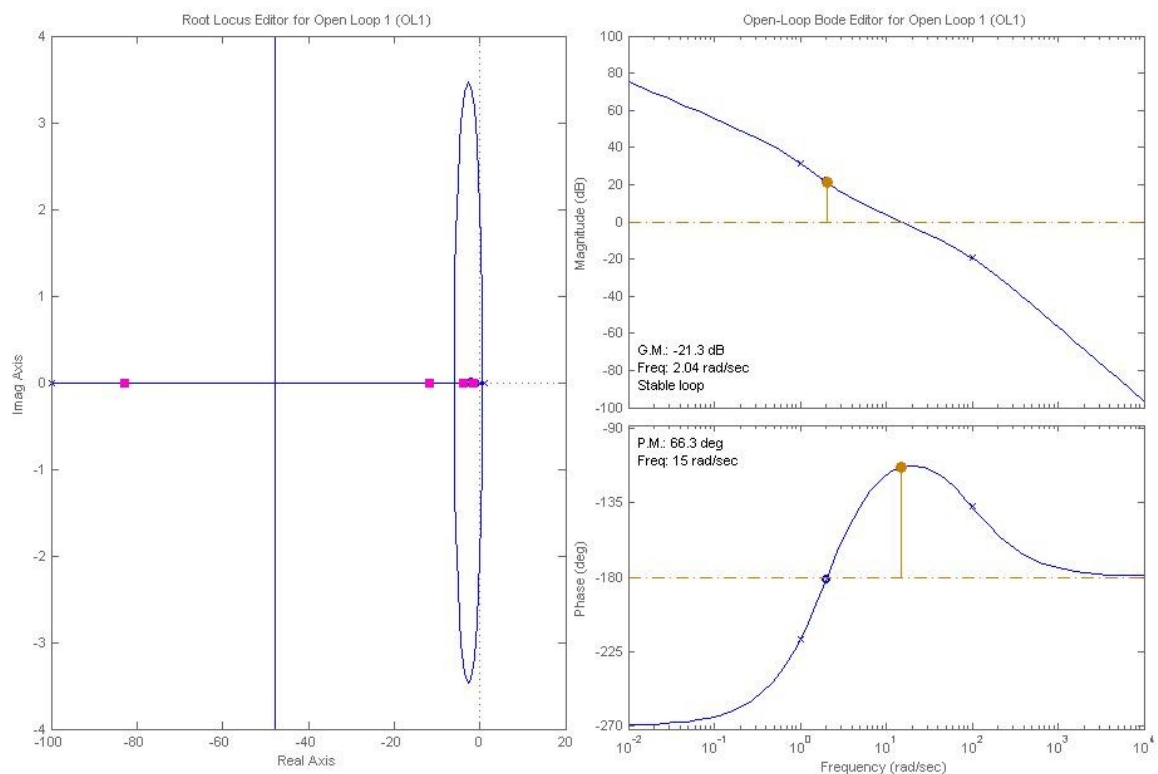
Si sceglie adesso $z=2$ e come centro degli asintoti $s_0' = s_0 + \frac{z-p}{2} < 0 \rightarrow s_0' = 1 + \frac{2-p}{2} < 0$ perché occorre che sia negativo.

Se considero $s_0' = -48 \rightarrow s_0' = 1 + \frac{2-p}{2} = -48 \rightarrow p = z + 2(s_0 - s_0') \rightarrow p = 100$

Quindi ottengo: $L(s) = L_1(s) \cdot C'(s) = \frac{-20(s+2)}{s(s+1)(s-1)} \cdot K_c' \frac{s+z}{s+p} = \frac{-20(s+2)}{s(s+1)(s-1)} \cdot K_c' \frac{s+2}{s+100}$

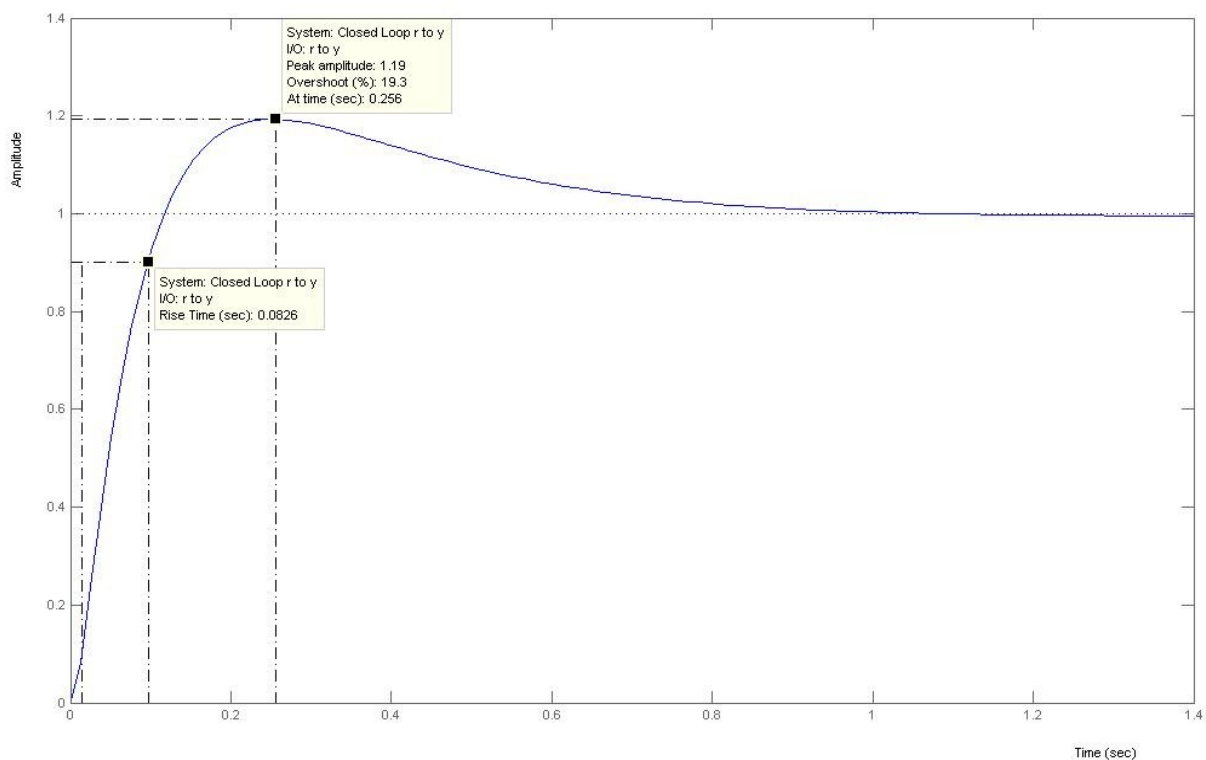
e quindi $L(s) = K_c' \frac{-20(s+2)^2}{s(s+1)(s-1)(s+100)}$

Grazie al comando sisotool(L) di matlab si possono eseguire vari studi sul comportamento del sistema al variare di K_c' .

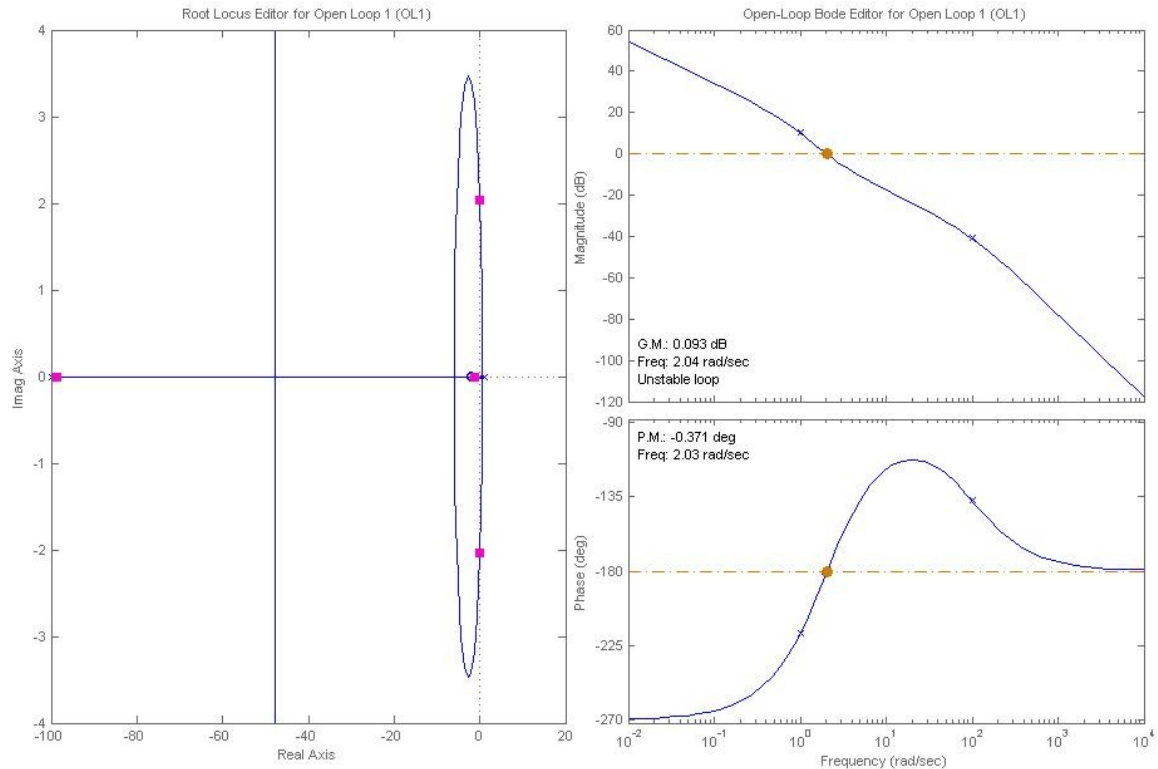


Prima di tutto occorre notare che K_c' deve essere minore di 0 $K_c' < 0$ affinché il sistema in anello chiuso sia stabile.

Se poi a K_c' attribuisco un valore pari a -75 ottengo un sistema stabile e in grado di rispondere correttamente alle specifiche.



Proprio grazie al sisotool si può osservare con quale guadagno il sistema passa da instabile a stabile.



Come si può vedere, con $K_c \leq -6.5$ il sistema è stabile.

A questo punto il nostro sistema ad anello chiuso è stabile.

Il controllo $C(s)$ completo ha funzione di trasferimento:

$$C(s) = \frac{K_c}{s} \cdot K_c' \cdot \frac{(s+2)^2}{(s+100)} = \frac{-100}{s} \cdot K_c' \cdot \frac{(s+2)^2}{(s+100)} = \frac{-100}{s} \cdot 75 \cdot \frac{(s+2)^2}{(s+100)}$$

La FdT è propria (non strettamente) ma l'uguaglianza fra il grado del numeratore e quello del denominatore è sufficiente per la realizzabilità fisica, altrimenti avrei dovuto aggiungere poli in alta frequenza che non influenzino la stabilità.

Ho considerato $K_c' = -75$ e ho ottenuto quindi $L(s) = \frac{(0.2)(7500)(s+2)^2}{s(s+100)(s-1)(s+1)}$

Adesso valuto i risultati.

La funzione in anello chiuso risulta stabile, come dimostrano i calcoli dei poli in anello chiuso: con matlab:

```
s=tf('s')
L=((-75)*(-20)*(s+2)^2)/(s*(s+1)*(s-1)*(s+100))
```

```
Transfer function:
      -20 s^2 - 80 s - 80
-----
s^4 + 100 s^3 - s^2 - 100 s
```

```
pole(L)
```

```
ans =
```

```
          0
-100.0000
   1.0000
  -1.0000
```

```
T=feedback(L,1)
```

```
Transfer function:
      1500 s^2 + 6000 s + 6000
-----
s^4 + 100 s^3 + 1499 s^2 + 5900 s + 6000
```

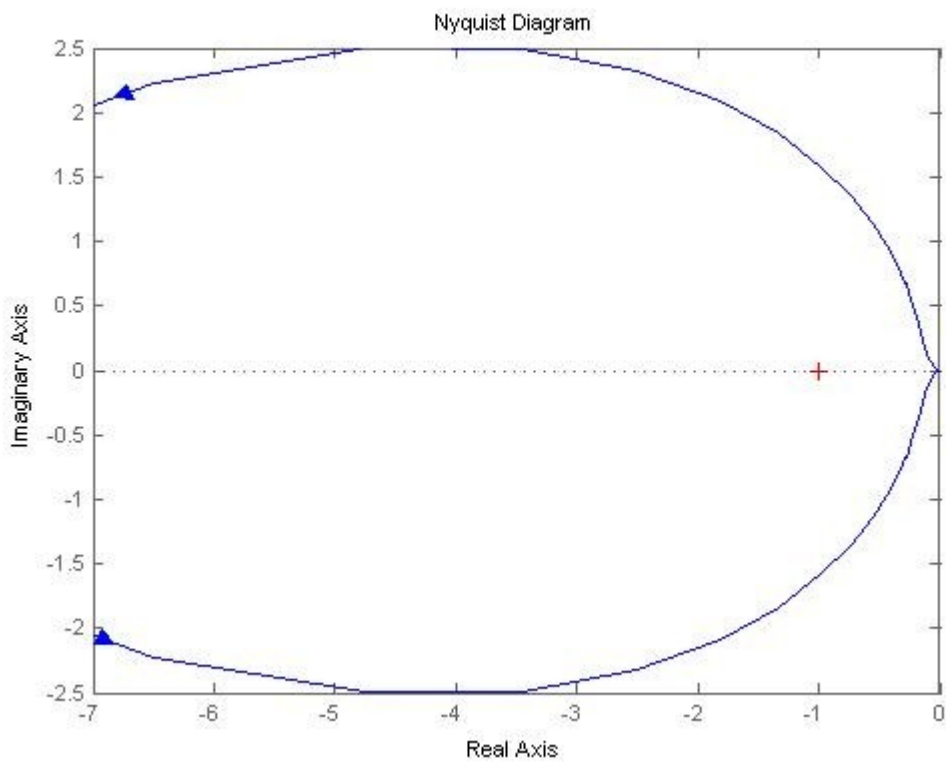
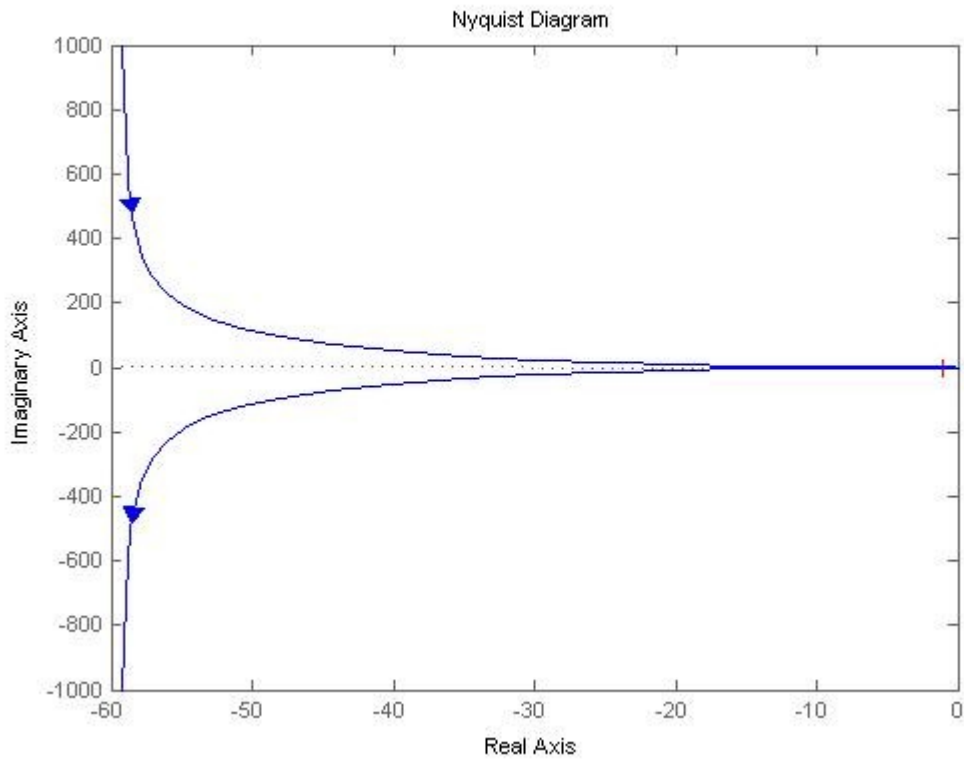
```
>> pole(T)
```

```
ans =
```

```
-82.7328
-11.8322
 -3.8380
 -1.5970
```

I poli risultano tutti con parte reale negativa.

Inoltre il diagramma di nyquist completo (chiuso in senso orario all'infinito) compie un giro in senso antiorario attorno al punto critico:



Adesso valuto le specifiche:

Si richiede che l'errore di inseguimento a regime corrispondente ad una rampa unitaria sia non superiore a 0.05.

Infatti:

$$e_1 = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot Y(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{1+L(s)} \cdot \frac{1}{s^2} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \frac{(0.2)(7500)(s+2)^2}{s(s+100)(s-1)(s+1)}} \cdot \frac{1}{s}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{s(s+100)(s-1)(s+1)}{s(s+100)(s-1)(s+1) + (0.2)(7500)(s+2)^2} \cdot \frac{1}{s} = \frac{-100}{-6000} = 0.0167 \leq 0.05$$

In matlab:

```
int = 1/s
```

```
L = (((-75) * (-20) * (s+2)^2) / (s*(s+1)*(s-1)*(s+100)))
```

```
Transfer function:
```

```
1500 s^2 + 6000 s + 6000
-----
s^4 + 100 s^3 - s^2 - 100 s
```

```
>> T=feedback(L,1)
```

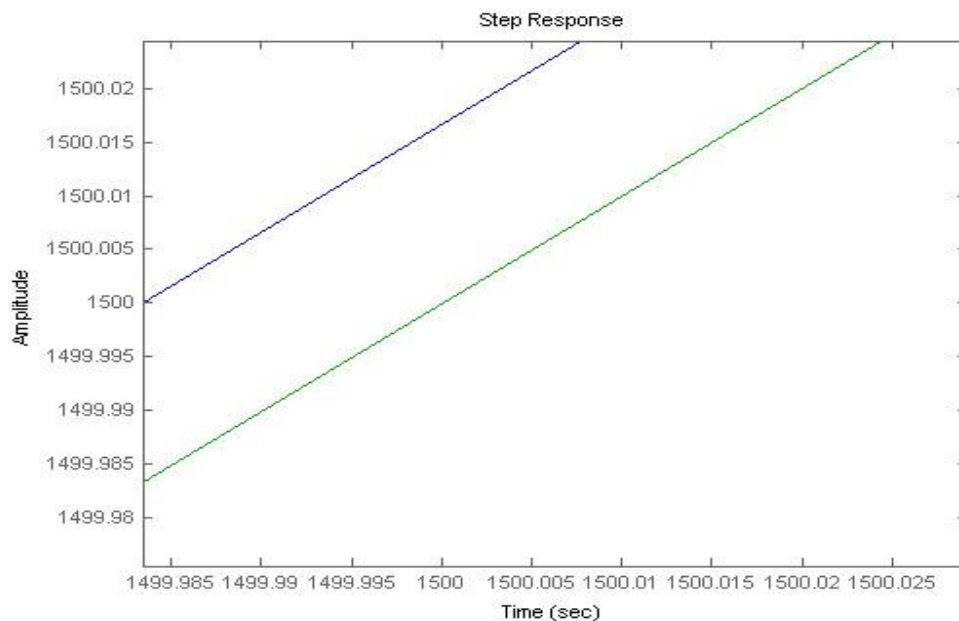
```
Transfer function:
```

```
1500 s^2 + 6000 s + 6000
-----
s^4 + 100 s^3 + 1499 s^2 + 5900 s + 6000
```

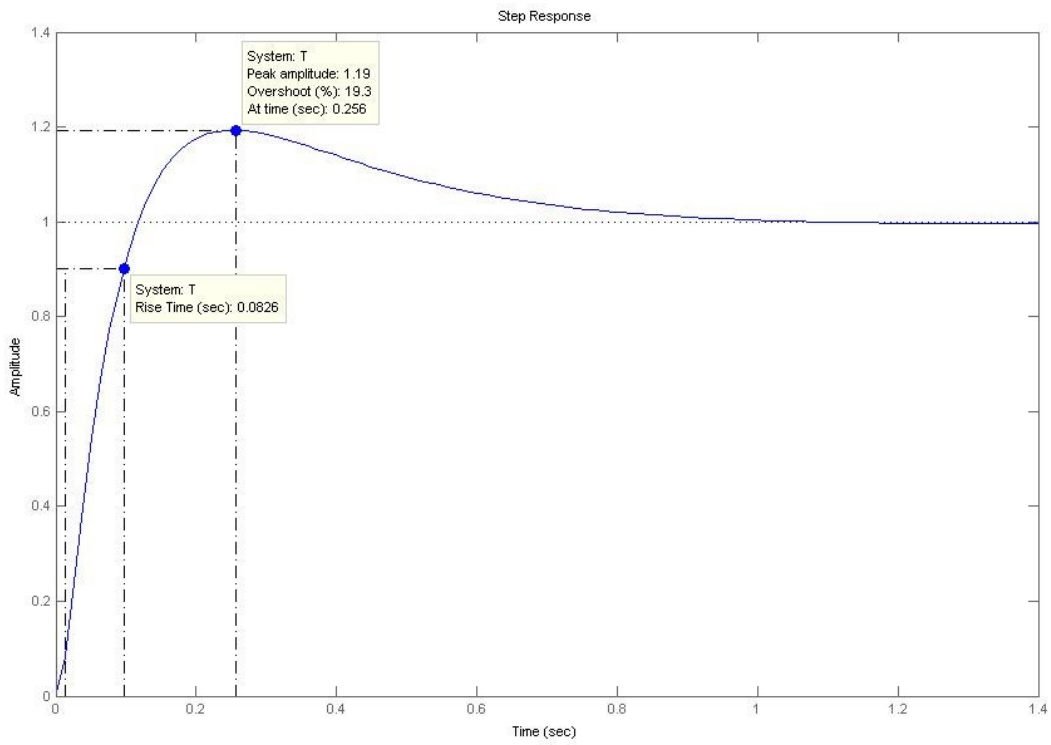
```
hold on
```

```
step(int*T)
```

```
step(int)
```



step (T)

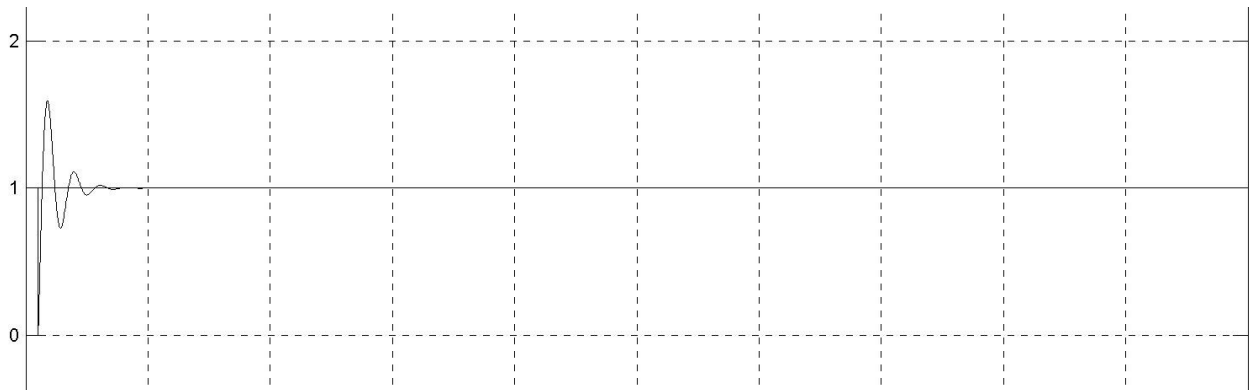
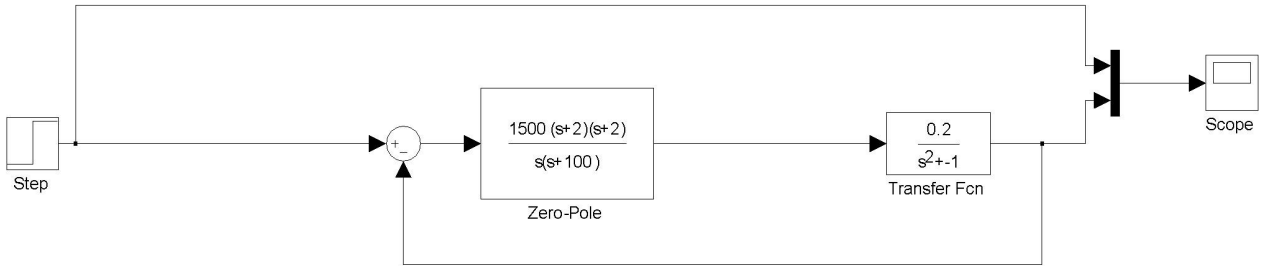


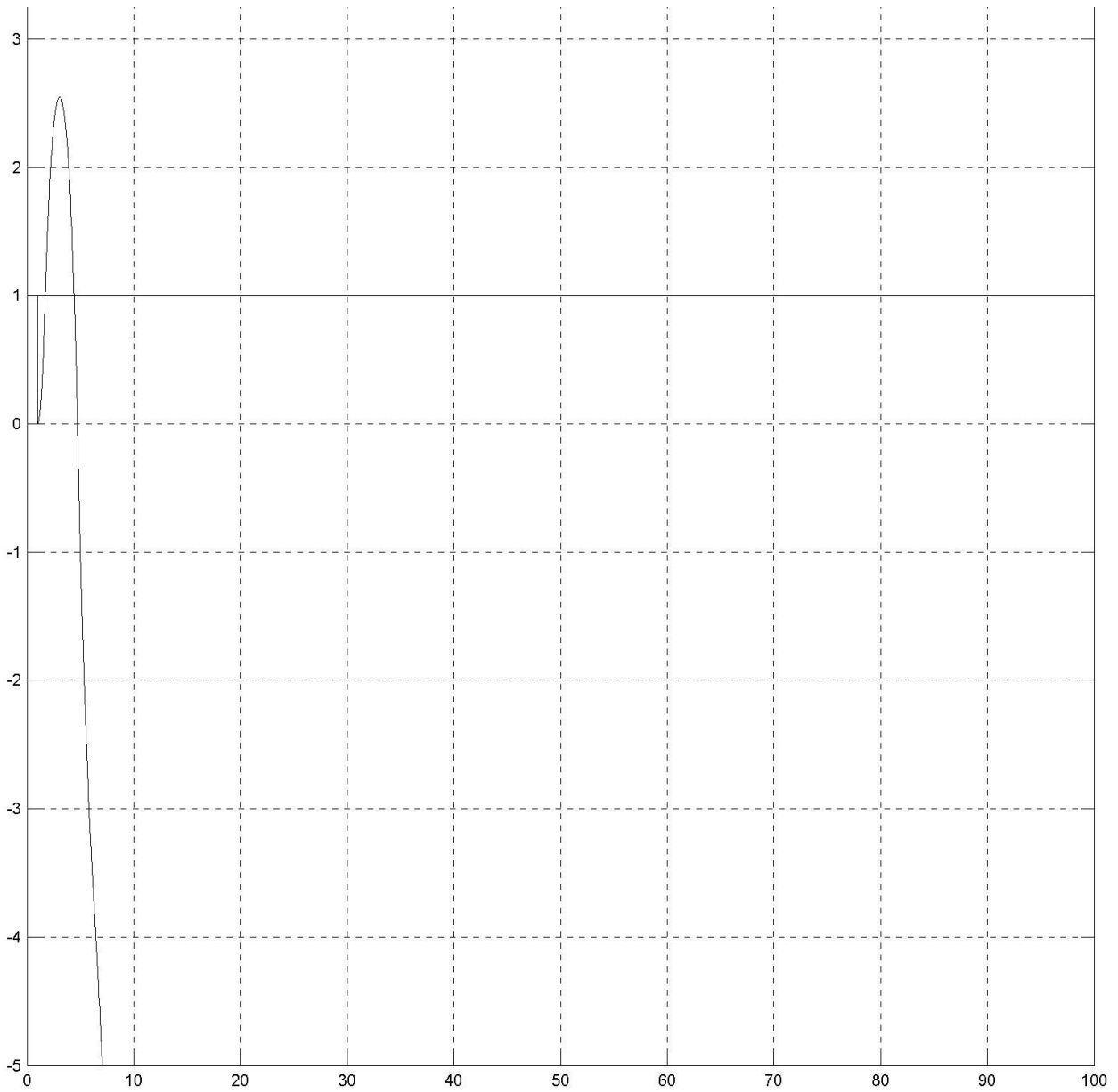
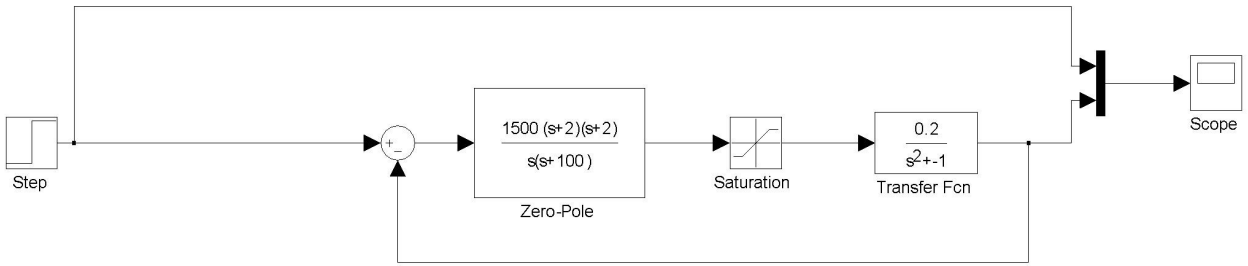
	Richiesto	Dopo la regolazione	Risultato
e_0	N.C.	0	OK
e_1	$e_1 \leq 0.05$	$e_1 = 0.0167$	OK
T_s	$T_s \leq 1 s$	$T_s = 0.0826$	OK
$S \%$	$S \leq 20 \%$	$S = 19.3 \%$	OK

Come si può notare, quindi le specifiche sono state correttamente rispettate.

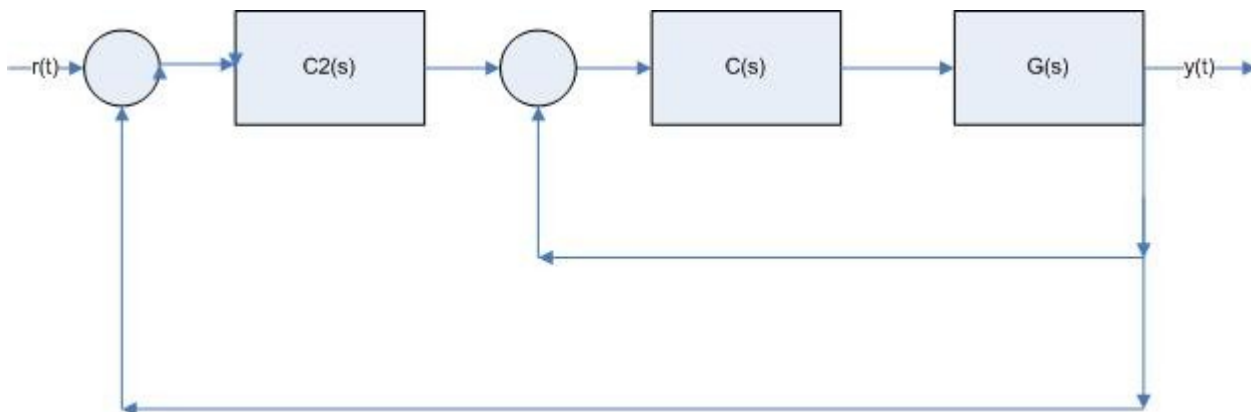
Adesso posso testare con il simulink il comportamento del sistema inserendo all'ingresso del processo il blocco saturation.

I risultati sono riportati nelle seguenti immagini:





Una Possibile soluzione alla divergenza della risposta è quella di chiudere l'anello in un altro anello di retroazione con un ulteriore blocco di controllo $C2(s)$ come nella seguente figura:



Di seguito ho riportato i risultati ottenuti

